

جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش منطقه هفت تهران

ساعت امتحان: ۱۱ صبح
وقت امتحان: ۱۱۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۱۶
تعداد برگ سؤال: یک برگ

نام واحد آموزشی: دبیرستان غیردولتی هاتف (دوره دوم)
نام و نام خانوادگی: پایه: یازدهم
امتحان درس: حسابان نام دبیر: آقای ارجمندی
نوبت امتحانی: دی ماه
رشته: ریاضی
سال تحصیلی: ۹۷ - ۹۶

۱. کدامیک از گزاره های زیر درست و کدام نادرستند؟

الف) جمله اول تصاعد هندسی با جمله عمومی $a_n = \frac{2^{n+1}}{3^n}$ برابر $\frac{4}{3}$ است.

ب) تعداد جوابهای معادله درجه دو $x^2 + x - 1 = 0$ ، ۲ تا است.

ج) $5 + 3 + 1 + \dots + 17 = 17^2$

د) حاصل $[x + y]$ به ازای $y = \pi$ و $x = \sqrt{2}$ برابر ۴ میباشد.

ه) دامنه $f(x) = \frac{x+1}{1+x+x^2}$ مجموعه اعداد حقیقی است.

و) معکوس تابع $Y = -x + 2$ با خود تابع برابر است.

۲. جاهای خالی را پر کنید.

الف) هرگاه $f(x) = x + 2$ و $g(x) = 2x - 1$ حاصل عبارت $g \circ f(-1)$ برابر میباشد.

ب) هرگاه $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ و $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$ عبارت $(\frac{g}{f})(-1)$ است.

ج) هرگاه تابعی یک به یک باشد آنگاه هر خطی عمودی و هر خط افقی آن را قطع می کند.

د) جواب معادله $\sqrt{x-2} + 2 = \sqrt{2-x} + \sqrt{x+2}$ ، می باشد.

ه) تعداد توابع از مجموعه ای ۳ عضوی به مجموعه ای ۴ عضوی برابر است با

۳. در ۲۰ جمله نخست یک تصاعد حسابی مجموع جملات شماره فرد ۱۳۵ و مجموع جملات شماره زوج ۱۵۰ است. جمله

اول و قدر نسبت را بیابید.

۴. ریشه های معادله $x\sqrt{x+1} = 1$ را به طریق هندسی تعیین کنید.

۵. معادله گنگ رو به رو را حل کنید.
 $\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4$

۶. نقاط $A(5, -1)$ و $B(3, 7)$ و $C(1, -3)$ مفروضند. مختصات D را بگونه ای بیابید تا $ABDC$ متوازی الاضلاع باشد، سپس

مساحت آن را بیابید.

پاسخ سؤالات در روی برگ سؤال نوشته شود، نیاز به پاسخ نامه سفید ندارد. پاسخ نامه سفید داده شود.

۷. آیا دو تابع $y=f(x)$ و $y=g(x)$ برابرند هرگاه:

$$\begin{cases} f(x) = \cdot \\ g(x) = \left[\frac{x^2}{x^2+1} \right] \end{cases} \quad (\text{ب})$$

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2-1} \\ g(x) = \sqrt{x-1}\sqrt{x+1} \end{cases} \quad (\text{الف})$$

۸. نمودار تابع زیر را رسم کرده دامنه و برد آن را بیابید:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x} & x < \cdot \\ -\sqrt{x+2} & x \geq \cdot \end{cases}$$

۹. نمودار $y = \left[\frac{1}{3}x + 1 \right]$ را در فاصله $-3 \leq x \leq 6$ رسم کنید.

۱۰. ضابطه و نمودار تابع وارون پذیری را معرفی کنید که $\forall x \in D_f: x < f(x)$

۱۱. الف) ثابت کنید $f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$ معکوس پذیر است. معکوس آن را بیابید.

ب) چه رابطه‌ای بین ضابطه تابع و معکوس آن برقرار است؟

۱۲. هرگاه $f(x) = \sqrt{x^2+5}$ و $g(x) = \sqrt{4-x^2}$ دامنه و ضابطه $f \circ g$ را بیابید.

۱۳. ثابت کنید معکوس تابع خطی $f(x) = ax+b$ و $(a \neq 0)$ تابعی خطی است.

۱۴. دو تابع $y=f(x)$ و $y=g(x)$ را چنان معرفی کنید که: $f \circ g(x) = \sqrt{x^2+1}$

۱۵. هرگاه $f = \{(1,4), (5,1), (3,6), (2,-4)\}$ و $g = \{(-1,2), (3,-4), (5,1), (-7,-3), (9,2)\}$ مجموعه $g \circ (2f+1)$

را بیابید.

بارم

۱- درست ، درست ، نادرست ، درست ، درست ، درست

۲- ۱ ، بی معنی ، حد اکثر در یک نقطه ، ۲ ، $4^4 = 4^3$

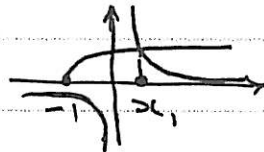
۳- $a_1 + a_3 + \dots + a_{19} = 135$

$a_2 + a_4 + \dots + a_{20} = 150$

$(a_2 - a_1) + \dots + (a_{20} - a_{19}) = 1 \cdot d = 15 \rightarrow d = \frac{15}{19}$

$5(2a_1 + 9 \times 19) = 135 \rightarrow 2a_1 + 27 = 27 \rightarrow a_1 = 0$

$\sqrt{x+1} = \frac{1}{x} \rightarrow$



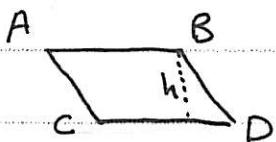
$S = \{x_1\}$

$\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4 \rightarrow (x+3) + (3x+1) + 2\sqrt{(x+3)(3x+1)} = 14$

$\sqrt{(x+3)(3x+1)} = 4 - 2x \rightarrow (x+3)(3x+1) = (4-2x)^2$

$\rightarrow 3x^2 + 10x + 3 = 4x^2 - 16x + 16 \rightarrow x^2 - 26x + 13 = 0$

$\rightarrow x_1 = 1, x_2 = 25$ تنها ریشه $x = 1$



$1 + 3 = 5 + x_D \rightarrow x_D = -1$

$-3 + 7 = -1 + y_D \rightarrow y_D = 5$

$S = h \times |CD|$

$m_{CD} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$ $CD: y - 5 = -\frac{1}{2}(x + 1)$

$CD = 4x + y - 1 = 0$ $h = \frac{|4 \times 3 + 7 - 1|}{\sqrt{14+1}} = \frac{18\sqrt{15}}{15}$

نمره ورقه :	نمره تجدید نظر (به عدد) :	به حروف :	نمره ورقه :
نام/نام خانوادگی دبیر :	نام/نام خانوادگی دبیر :	تاریخ / امضاء :	تاریخ / امضاء :

جمع کل

موفق باشید

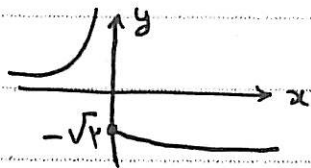
بارم

ادامه ۲ : $|CD| = \sqrt{(1-(-1))^2 + (-3-5)^2} = \sqrt{48} = 2\sqrt{12}$

$S = 2\sqrt{12} \times \frac{18\sqrt{12}}{12} = 36$

۷- (الف) $D_f = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$, $D_g = [1, +\infty)$, $D_f \neq D_g \rightarrow f \neq g$

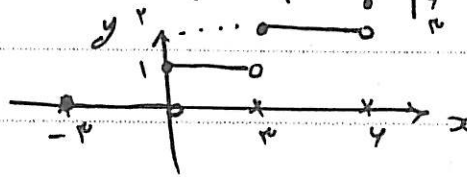
ب) $D_f = D_g = \mathbb{R}$ $0 \leq \frac{x^2}{1+x^2} < 1 \rightarrow \lfloor \frac{x^2}{1+x^2} \rfloor = 0 \rightarrow f(x) = g(x)$
 $\rightarrow f = g$



۸- $D_f = \mathbb{R}$, $R_f = (-\infty, -\sqrt{2}] \cup (0, +\infty)$

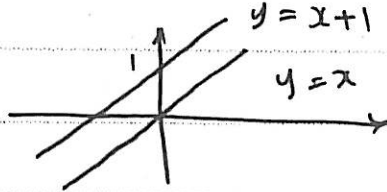
$y = \lfloor \frac{1}{3}x \rfloor + 1$

۹- $\begin{cases} -3 \leq x < 0 \\ -1 < \frac{1}{3}x < 0 \end{cases} \rightarrow y = 0$ $\begin{cases} 0 \leq x < 3 \\ 0 \leq \frac{1}{3}x < 1 \end{cases} \rightarrow y = 1$ $\begin{cases} 3 \leq x < 6 \\ 1 \leq \frac{1}{3}x < 2 \end{cases} \rightarrow y = 2$



۱۰- $f(x) = x + 1$

$\forall x : x < x + 1$, $f(x) < f(x+1)$



نمره ورقه :	نمره تجدید نظر (به عدد) :	به حروف :
نام/نام خانوادگی دبیر :	نام/نام خانوادگی دبیر :	تاریخ/امضاء :

جمع کل

موفق باشید

بارم

$$\frac{2x_1 - 1}{x_1 - 2} = \frac{2x_2 - 1}{x_2 - 2} \rightarrow 2x_1 \cancel{x_2} - \cancel{2}x_1 - x_2 + 2 = 2x_2 \cancel{x_1} - \cancel{2}x_2 - x_1 + 2 - 11$$

$$\rightarrow 5x_1 = 5x_2 \rightarrow x_1 = x_2 \rightarrow f^{-1}$$

$$\frac{1}{1.5} \quad x = \frac{2y - 1}{y - 2} \rightarrow xy - 2y = 2x - 1 \rightarrow y(x - 2) = 2x - 1 \rightarrow y = \frac{2x - 1}{x - 2}$$

$$\rightarrow f = f^{-1}$$

$$D_f = \mathbb{R}, D_g = [-2, 2] \quad - 12$$

$$\frac{1}{1.5} \quad D_{f \circ g} = \{ -2 \leq x \leq 2 \mid \sqrt{4 - x^2} \in \mathbb{R} \} = [-2, 2]$$

$$f \circ g(x) = f(\sqrt{4 - x^2}) = \sqrt{4 - x^2} + a = \sqrt{9 - x^2}$$

$$\frac{1}{1} \quad x = ay + b \rightarrow y = f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x - \frac{b}{a} \quad \text{که معادله خط است} \quad - 13$$

$$a \neq 0$$

$$\frac{1}{1} \quad \text{بی نهایت تابع متعین معرفی کرد به عنوان مثال} \quad - 14$$

$$f(x) = \sqrt{x}, g(x) = x^2 + 1 \rightarrow f \circ g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\frac{1}{1.5} \quad g \circ (2f + 1) = \{ (-1, 2), (5, -4), (2, -3) \} \quad - 15$$

نمره ورقه :	به حروف :	نمره تجدید نظر (به عدد) :	به حروف :
نام/نام خانوادگی دبیر :	تاریخ / امضاء :	نام/نام خانوادگی دبیر :	تاریخ / امضاء :

جمع کل

موفق باشید